

Аннотации докладов XIII Международной конференции «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления» (конференция Пятницкого)

Пленарные доклады

О модельных аналогиях в математической теории систем

С. Н. Васильев, Н. Ю. Морозов

ИПУ РАН, Москва, Россия
snv@ipu.ru

Аннотация: Доклад посвящен компьютерной технологии автоматизации формирования и доказательства математических утверждений о модельных аналогиях при тех или иных межмодельных связях.

Оптимизация и асимптотическая устойчивость

Б. Т. Поляк

ИПУ РАН и Сколтех, Москва, Россия
boris@ipu.ru

Аннотация: Задача безусловной минимизации и проблема асимптотической устойчивости имеют много общего. Эта аналогия позволяет по-новому взглянуть на упомянутые задачи и получить ряд новых результатов. Например, мы предлагаем оценки скорости сходимости при исследовании асимптотической устойчивости (а не только сам факт ее наличия). Оказывается также, что стандартные методы построения функции Ляпунова (типа полной энергии) неудовлетворительны с этой точки зрения и нуждаются в модификации. В качестве примеров рассматривается метод тяжелого шарика для минимизации и проблема асимптотической устойчивости для уравнения синхронного двигателя.

Секционные доклады

Теория Галуа классической механики

Д. Л. Абраров

ФИЦ ИУ ВЦ им. А.А. Дородницына РАН, Москва, Россия
abrarov@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается проблема точной разрешимости дифференциальных уравнений ключевых модельных задач аналитической классической механики. Приводятся группы Галуа уравнений Эйлера-Пуассона, ньютоновых задач 2-х и 3-х тел; указываются соответствующие формулы точных решений данных уравнений.

Об асимптотической устойчивости по части переменных решений нелинейных систем с запаздыванием

А. Ю. Александров, Е. Б. Александрова, А. П. Жабко

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
a.u.aleksandrov@spbu.ru (А. Ю. Александров)

Аннотация: Рассматриваются некоторые классы нелинейных систем с переменным запаздыванием. На основе метода функций Ляпунова и подхода Разумихина определяются условия, при выполнении которых нулевые решения изучаемых систем будут устойчивы по всем переменным и асимптотически устойчивы по части переменных при любом непрерывном и ограниченном запаздывании.

Анализ устойчивости гибридных многосвязных систем по нелинейному приближению

А. Ю. Александров¹, А. В. Платонов¹, Я. Жанг², Х. Ку²

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия¹
Пекинский технологический университет, Пекин, Китай²
a.platonov@spbu.ru (А. В. Платонов)

Аннотация: Исследуются некоторые классы сложных систем с переключениями. Предполагается, что соответствующие изолированные подсистемы являются обобщенно-однородными, а их нулевые решения асимптотически устойчивы при каждом фиксированном режиме функционирования. На основе метода сравнения определяются условия асимптотической устойчивости нулевых решений гибридных систем.

Оптимальное управление нелинейными колебаниями спутника на эллиптической орбите

И. М. Алесова, Л. К. Бабаджанянц, И. Ю. Потоцкая, А. Т. Саакян

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
Irina.alesova@yandex.ru (И. М. Алесова)

Аннотация: В работе выполнен анализ оптимального управления плоскими нелинейными колебаниями спутника на эллиптической орбите по критерию минимума расхода. Предложен численный метод расчета моментов переключения управления и выполнена его программная реализация. Приведены численные примеры управления нелинейными колебаниями.

Оптимизация пошагового интегрирования дифференциальных уравнений динамики

И. М. Алесова, Л. К. Бабаджанянц, И. Ю. Потоцкая, А. Т. Саакян

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
artursaakyan1993@gmail.com (А. Т. Саакян)

Аннотация: Многие дифференциальные уравнения динамики можно свести к полиномиальной форме. Предлагается схема вычисления систем мономов обеспечивающая оптимизацию вычисления правых частей полученных уравнений, что позволяет ускорить алгоритмы их пошагового численного интегрирования. Приводятся соответствующие алгоритмы, программы и результаты численных экспериментов.

Стационарные вращения спутника с демпфером в гравитационном поле и их устойчивость

Н. И. Амелькин, В. В. Холощак

Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия
namelkin@mail.ru (Н. И. Амелькин)

Аннотация: Исследуется влияние внутренней диссипации на вращательное движение спутника в центральном гравитационном поле. Спутник моделируется системой из двух твердых тел - оболочки и шарового демпфера. Для динамически симметричного спутника на круговой орбите анализируется устойчивость стационарных вращений в зависимости от значений приведенного коэффициента демпфирования и угловой скорости спутника.

Управление поворотной платформой на подвижном основании с целью снижения кажущегося ускорения твердого тела

И. М. Ананьевский, Т. А. Ишханян

ИПМех РАН, МФТИ, Москва, Россия
anan@ipmnet.ru (И. М. Ананьевский)

Аннотация: Рассматривается электромеханическая система, представляющая собой одну из возможных моделей прецизионной поворотной платформы, устанавливаемой на орбитальном космическом аппарате и предназначенной для снижения кажущегося ускорения контейнера с полезной нагрузкой. Построен закон управления по обратной связи, позволяющий отслеживать заданный режим движения контейнера.

Критический случай устойчивости в импульсной системе

О. В. Анашкин

КФУ им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия
oanashkin@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается нелинейная система дифференциальных уравнений с импульсным воздействием в заданные моменты времени. Система линейного приближения имеет постоянные матрицы как в аналоговой, так и в дискретной составляющей импульсной системы. Обсуждаются методы исследования устойчивости нулевого решения в критическом случае. В качестве примара получены достаточные условия устойчивости модельной системы второго порядка.

О стабилизации движений голономной механической системы дискретным управлением

А. С. Андреев, Е. А. Кудашова

УлГУ, Ульяновск, Россия
asa5208@mail.ru (А. С. Андреев)

Аннотация: В докладе рассмотрена задача построения дискретных законов управления движением голономных механических систем, находящихся под действием различных сил, в том числе, с учетом динамики приводов. Задача решена на основе построения соответствующей функции Ляпунова. В качестве примера рассмотрены задачи управления движением манипуляторов, колесного мобильного робота.

Управление движением многозвенных манипуляторов без измерения скоростей

А. С. Андреев, О. А. Перегудова, Д. С. Макаров

УлГУ, Ульяновск, Россия
asa5208@mail.ru (А. С. Андреев)

Аннотация: В докладе рассмотрена задача синтеза управления движением многозвенных манипуляторов на основе неполной обратной связи без измерения скоростей. С использованием метода функций Ляпунова и построением динамического линейного компенсатора обоснован закон управления, решающий задачу нелокальной стабилизации программного движения манипулятора при действии гравитационных и диссипативных сил.

Анизотропный анализ дескрипторных систем с ограниченными по норме параметрическими неопределенностями

О. Г. Андрианова, А. А. Белов

ИПУ РАН, Москва, Россия
andrianovaog@gmail.com (О. Г. Андрианова)

Аннотация: Рассматриваются линейные дискретные дескрипторные системы с ограниченными по норме параметрическими неопределенностями. Предполагается, что на вход системы поступает окрашенный шум с ограниченной средней анизотропией. Получены достаточные условия ограниченности анизотропной нормы для указанного класса систем.

Построение и применение условно-экстремальных функций Ляпунова при изучении поведения траекторий непрерывных динамических систем

О. Г. Антоновская¹, В. И. Горюнов²

ННГАСУ, Н. Новгород, Россия¹
ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия²
olga.antonovsckaja@yandex.ru (О. Г. Антоновская)

Аннотация: В докладе рассмотрена задача построения условно-экстремальной функции Ляпунова: квадратичной функции Ляпунова, гарантирующей минимальность времени до попадания траектории линеаризованной в окрестности асимптотически устойчивого состояния равновесия системы в сечение функции Ляпунова, вписанное в полосу. Квадратичная функция Ляпунова выбирается в соответствии с условием равенства отношения минимума модуля первой производной функции Ляпунова на ее сечении к значению самой функции заданному числу.

Конечномерные аттракторы эволюционных уравнений

А. В. Ахметзянов¹, А. Г. Кушнер^{1,2}, В. В. Лычагин^{1,3}

ИПУ РАН, Москва, Россия¹, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия²,
Университет Тромсе, Тромсе, Норвегия³
awa@ipu.ru (А. В. Ахметзянов)

Аннотация: Для эволюционных дифференциальных уравнений второго порядка описывается метод, позволяющий выделять конечномерные инвариантные подмножества в бесконечномерном пространстве их решений и проводить анализ устойчивости. Метод основан на теории конечномерных динамик, являющейся естественным развитием теории динамических систем.

Субоптимальные по Парето регуляторы против коалиций возмущений

Д. В. Баландин, М. М. Коган

ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия
ННГАСУ, Н. Новгород, Россия
dbalandin@yandex.ru (Д. В. Баландин)

Аннотация: Рассматривается многокритериальная задача гашения возмущений с помощью линейных обратных связей по состоянию или выходу, измеряемому с помехой. Предполагается, что система имеет N потенциально возможных входов для возмущений из заданных классов, а критериями являются индуцированные нормы операторов, генерируемых системой от соответствующего входа к общему целевому выходу. Получены необходимые условия оптимальности по Парето. Показано, что субоптимальные по Парето регуляторы могут быть синтезированы на основе скалярной оптимизации уровня гашения возмущений, совместно действующих на всех входах. Полученные результаты обобщаются на случай, когда возмущения из разных классов могут образовывать S коалиций.

Семейство колебаний в связанных системах

И. Н. Барабанов, В. Н. Тхай

ИПУ РАН, Москва, Россия
ivbar@ipu.ru (И. Н. Барабанов)

Аннотация: Рассматривается автономная модель, содержащая связанные подсистемы. Устанавливается существование семейства σ периодических решений, подобного семейству в подсистеме. Приводится сценарий бифуркации характеристических показателей. Даются условия асимптотической устойчивости множества σ .

О задаче выбора параметров ПИД-регулятора квадрокоптера (БПЛА)

О. В. Баранов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
fox910@yandex.ru

Аннотация: Рассматривается задача выбора параметров ПИД-регулятора для стабилизации положения квадрокоптера (применяются три регулятора для трёх углов). Приводятся результаты численного моделирования процесса стабилизации в режиме реального времени и ряд рекомендаций для упрощения эмпирического выбора параметров на реальном аппарате с учетом возможностей полётного контроллера.

Об управляемости и наблюдаемости линейных динамических систем с переменной структурой

В. Р. Барсегян

Ереванский государственный университет, Армения
barseghyan@sci.am

Аннотация: Исследование многих прикладных задач процессов управления и наблюдения сводится к динамическим системам с переменной структурой (в частности, составным системам, поэтапно меняющимся системам и т.д.). Как в обычных задачах управления и наблюдения, так и в задачах управления и наблюдения динамическими системами с переменной структурой принципиальным являются вопросы управляемости и наблюдаемости таких систем. Рассматриваются вопросы управляемости и наблюдаемости линейных динамических систем с переменной структурой и с условиями связи в промежуточные моменты. Получены необходимые и достаточные условия вполне управляемости и наблюдаемости составной (и поэтапно меняющейся) линейной стационарной системы, выраженные непосредственно через исходные параметры системы и проведены сравнения с известными условиями Калмана. Показано, что на отдельных отрезках времени составная система, образованная из не вполне управляемых (или наблюдаемых) систем с соответствующими промежуточными условиями связей может быть вполне управляемой (или наблюдаемой) на всем отрезке времени. Для такой стационарной системы рассмотрена сопряженная система и показан аналог принципа двойственности (дуальности), связывающего понятия управляемости и наблюдаемости.

Новые семейства двояко-симметричных орбит задачи Хилла

А. Б. Баткин

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия
batkhin@gmail.com

Аннотация: Рассматривается обобщение небесно-механической задачи Хилла, позволяющее с помощью порождающих периодических решений задачи Кеплера получить новые семейства орбит задачи Хилла. Описаны бифуркации основных двояко-симметричных периодических решений задачи Кеплера. Найдены новые семейства симметричных решений, содержащие орбиты перелёта между коллинеарными точками либрации.

Решение задачи субоптимального анизотропийного синтеза для систем с нецентрированными входными возмущениями

А. А. Белов, О. Г. Андрианова

ИПУ РАН, Москва, Россия
a.a.belov@inbox.ru (А. А. Белов)

Аннотация: Объектом исследования являются линейные дискретные системы, на вход которых поступают гауссовские возмущения с ограниченной средней анизотропией и ненулевым средним. Решена задача построения субоптимального регулятора, гарантирующего устойчивость замкнутой системы и ограниченность ее анизотропийной нормы заданным положительным числом.

Область экстремальных значений функционалов

Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко

КНИТУ–КАИ им. А. Н. Туполева, Казань, Россия
ggbil2@gmail.com (Г. Г. Бильченко)

Аннотация: Для задачи оптимизации эффузионной тепловой защиты проницаемых поверхностей гиперзвуковых летательных аппаратов построены законы управления ламинарным пограничным слоем, обеспечивающие экстремальные значения интегрального теплового потока, суммарной силы ньютоновского трения, а также их комбинации при различных дополнительных ограничениях на управление и его производные. Предлагается методика изучения оптимальных решений многокритериальных задач с многовариантными ограничениями. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Обратная задача тепломассообмена

Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко

КНИТУ–КАИ им. А. Н. Туполева, Казань, Россия
bilchnat@gmail.com (Н. Г. Бильченко)

Аннотация: Рассматривается задача математического моделирования эффективной эффузионной тепловой защиты гиперзвуковых летательных аппаратов: по заданному распределению локального теплового потока (условие непрогорания поверхности) от ламинарного пограничного слоя к проникаемой поверхности построить обеспечивающий его закон управления. Рассмотрены вопросы разрешимости этой задачи при введении различных дополнительных конструкторских (непроницаемые вставки) и газодинамических (слабый вдув) ограничений. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Обобщенное H_∞ -управление непрерывным линейным объектом по дискретным наблюдениям выхода

Р. С. Бирюков

ННГАСУ и ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия
ruslan.biryukov@gmail.com

Аннотация: Для линейного непрерывного нестационарного объекта, выход которого измеряется в фиксированные моменты времени, вводится понятие уровня гашения возмущений как показатель совместного влияния начального и внешнего возмущений на целевой выход в наихудшем случае. Синтезируются дискретные обобщенные H_∞ -оптимальные законы управления по выходу, минимизирующие уровень гашения возмущений замкнутой системы.

Синергетический синтез законов управления ротором насоса вспомогательного кровообращения на магнитном подвесе

Ю. В. Богданова^{1,2}, А. М. Гуськов¹

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия¹

НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия²

bogdanova.bmstu@gmail.com (Ю. В. Богданова)

Аннотация: Представлен синергетический подход к синтезу законов управления ротором аксиального насоса крови на активных магнитных подшипниках (АМП). Синергетическая теория управления позволяет сформулировать требования задачи управления в виде системы инвариантов. Преимущество данного подхода состоит в том, что синтезированные законы управления, при которых желаемые инварианты выполняются, являются средствами направленной самоорганизации объекта управления – ротора и обеспечивают требуемые динамические характеристики системы в условиях действия внешних возмущений, асимптотическую устойчивость системы в целом, повышенное быстродействие системы при меньшей колебательности.

К вопросу о вычислении H_2 -нормы стохастической стационарной системы

В. А. Бойченко

ИПУ РАН, Москва, Россия

v.boichenko@gmail.com

Аннотация: В работе рассматривается способ вычисления H_2 -нормы линейной стационарной стохастической системы, в основе которого лежит решение уравнения Ляпунова относительно грамиана наблюдаемости G . Квадрат H_2 -нормы равен следу матрицы $V^T G V + D^T D$.

Динамика и управление движением капсульного робота с возвратной пружиной

Н. Н. Болотник¹, А. М. Нунупаров², В. Г. Чащухин¹

ИПМех РАН, Москва, Россия¹, МФТИ, Долгопрудный, Россия²

bolotnik@ipmnet.ru (Н. Н. Болотник)

Аннотация: Исследуется движение капсульного мобильного робота вдоль прямой на шероховатой горизонтальной плоскости. Робот состоит из корпуса и внутреннего тела, соединенного с корпусом пружиной. Движение системы возбуждается силой, действующей между корпусом и внутренним телом и изменяющейся периодически. Изучается зависимость средней скорости движения робота от параметров возбуждения.

О предельных возможностях противоударной изоляции с упреждающим управлением

Н. Н. Болотник, В. А. Корнеев

ИПМех РАН, Москва, Россия
bolotnik@ipmnet.ru (Н. Н. Болотник)

Аннотация: Проведен анализ предельных возможностей изоляции объекта, расположенного на подвижном основании, от кратковременных ударных воздействий, приложенных к основанию, с помощью активного изолятора с упреждающим управлением.

Компьютерное моделирование движения устойчивой границы раздела жидкостей при двухфазной фильтрации в пористых средах

И. А. Боронин, А. А. Шевляков

ИПУ РАН, Москва, Россия
boronin@ipu.ru (И. А. Боронин)

Аннотация: Исходная модель одномерной задачи фильтрации жидкостей (воды и нефти) в пористой среде определяется уравнениями Бакли-Леверетта и закона Дарси при заданных начальных и граничных условиях. Для решения данной системы уравнений разработан оригинальный численный метод. Метод реализован в системе символьных вычислений Maple, процесс построения решения не требует значительных затрат вычислительных ресурсов, в отличие от большинства современных численных методов, устойчивость и сходимость которых ограничивается требуемым соотношением шагов по пространству и времени.

Необходимые и достаточные условия оптимальности переключающих систем

А. С. Бортаковский

МАИ, Москва, Россия
asbortakov@mail.ru

Аннотация: Рассматривается динамическая система, моделирующая работу переключающего устройства. За время функционирования система меняет свое состояние конечное число раз. Изменение состояния (переключение) ограничивается рекуррентным включением. Тактовые моменты времени, в которые происходят переключения, а также их количество заранее не заданы. Они находятся в результате оптимизации функционала. Доказаны необходимые и достаточные условия оптимальности таких систем.

О сильной динамической устойчивости с-ядра одной сетевой игры с попарным взаимодействием

М. А. Булгакова, Л. А. Петросян

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
mari_bulgakova@mail.ru (М. А. Булгакова)

Аннотация: Исследуются сетевые игры с попарным взаимодействием. Рассматривается кооперативная двухшаговая модель, где на первом шаге формируется сеть, а на втором происходят биматричные игры между игроками, установившими связь. Строится характеристическая функция. Под решением понимается С-ядро, исследуется его сильная динамическая устойчивость.

Динамика тройного астероида и массивной точки под действием сил взаимного притяжения

А. А. Буров¹, В. И. Никонов²

ФИЦ ИУ РАН & ВШЭ, Москва, Россия¹
МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия²
jtm@narod.ru (А. А. Буров)

Аннотация: Рассматривается задача о движении массивной точки под действием силы притяжения со стороны вращающегося тройного астероида. Обсуждается вопрос о возможности применения треугольных моделей для описания притяжения массивной точки такими астероидами. Изучается существование и устойчивость установившихся движений в такой задаче.

Управление исполнительным элементом манипулятора при контакте с мягкой тканью

О. Э. Васюкова¹, М. З. Досаев¹, Р. -С. Лио²

НИИ механики МГУ, Москва, Россия¹

Национальный Тайваньский университет, Тайбэй, Тайвань²
dosayev@imec.msu.ru (М. З. Досаев)

Аннотация: В качестве исполнительного элемента медицинского робота манипулятора рассматривается видео тактильный датчик. Рассматривается задача о взаимодействии головки сенсора с исследуемой тканью. Головка сенсора представляет собой сферическую мембрану, изготовленную из прозрачного силикона. На оси датчика закреплена видеокамера, позволяющая определить положение и размер площадки контакта головки с исследуемой тканью. Ткань моделируется двухслойным полупространством. Реализуется ортогональное индентирование головки в ткань. Предложен алгоритм управления манипулятором обеспечивающий заданную контактную нагрузку.

Одномерная задача оптимального управления с функционалом, зависящим только от фазовой переменной

А. К. Вдовина, А. В. Дмитриук

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

RavensMindFree@gmail.com (А. К. Вдовина)

Аннотация: Рассматривается одномерная задача оптимального управления с функционалом, зависящим только от фазовой переменной, и уни-модулярной подынтегральной функцией. Показано, что, при некоторых предположениях, задачу можно решить без применения принципа максимума Понтрягина, используя методы классического анализа, основанные на теореме сравнения Чаплыгина. Однако, в некоторых модификациях рассматриваемой задачи использование принципа максимума как основного инструмента для решения является более предпочтительным. Для исходной задачи и некоторых наиболее интересных её модификаций получен оптимальный синтез.

Терминальное управление механической системой при наличии ограничений на переменные состояния

М. А. Велищанский

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия
velmiha@mail.ru

Аннотация: Рассматривается задача терминального управления с заданным временем при наличии ограничений на переменные состояния. Синтез программной траектории осуществляется путем построения фазовой траектории, удовлетворяющей наложенным ограничениям на фазовые переменные. Реализующее ее программное управление строится на основе концепции обратных задач динамики. Построение фазовой траектории осуществляется в некотором классе функций. Предложены оптимизационный подход к выбору фазовой траектории, а так же варианты расширения множества траекторий, в котором ищутся фазовые траектории. Для решения поставленной задачи используются методы численной оптимизации. В качестве числового примера рассмотрена система четвертого порядка, описывающая движение летательного аппарата в вертикальной плоскости. Приводятся результаты численного моделирования.

Г. Е. Веселов, А. А. Скляр, С. А. Скляр

ИТА ИКТИБ ЮФУ, Таганрог, Россия
gev@sfedu.ru (Г. Е. Веселов)

Аннотация: В статье освещается проблема синтеза законов группового управления движением мобильных роботов. Для решения данной задачи коллективом авторов предлагается новый подход к синтезу систем группового управления, базирующийся на принципах и методах самоорганизующихся систем. Задача синтеза системы группового управления гомогенными мобильными роботами рассматривается с учетом анализа математической модели и специфики поставленной конечной цели.

Введение обратной связи в задаче управления магнитным полем летательного аппарата

А. К. Волковецкий, Е. В. Каршаков, Б. В. Павлов, М. Ю. Тхоренко

ИПУ РАН, Москва, Россия
karshak@mail.ru (Е. В. Каршаков)

Аннотация: Рассматривается задача компенсации влияния магнитного поля летательного аппарата на показания бортовых магнитных градиентометров с целью выделения полезного сигнала — градиента магнитного поля Земли. Компенсация выполняется при помощи установленных на борту магнитных диполей, изменением дипольных моментов которых осуществляется управление магнитным полем летательного аппарата. В качестве сигнала обратной связи в контуре управления магнитным полем используется разность показаний двух градиентометров, установленных на различном удалении от фюзеляжа носителя.

Управление положением платформы измерительных устройств на малом беспилотном летательном аппарате самолетного типа

Д. А. Волокитин¹, В. В. Князева¹, Д. С. Румянцев²

МАИ¹, ИПУ РАН², Москва, Россия
volokitin@aviatex.ru (Д. А. Волокитин)

Аннотация: Создана система управления угловым положением платформы с измерительными устройствами, размещенными на борту малого беспилотного летательного аппарата самолетного типа. Вращение платформы вокруг двух осей происходит с помощью высокоточных соленоидных двигателей. Управление ведется в автоматическом и автоматизированном режиме.

Об асимптотической устойчивости решений нестационарных разностных систем с обобщенно-однородными правыми частями

М. В. Волошин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
mihail-nor@mail.ru

Аннотация: Выводятся достаточные условия равномерной асимптотической устойчивости обобщенно-однородных нестационарных систем разностных уравнений. Для доказательства используется функция Ляпунова, которая строится на основе соответствующей функции для усредненной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Брахистохроны с разгоняющей силой и трением

А. С. Вондрухов¹, Ю. Ф. Голубев²

ЗАО «Санкт-Петербургская Международная Товарно-сырьевая Биржа»,
Москва, Россия¹

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия²
vondrukhov@gmail.com (А. С. Вондрухов)

Аннотация: Найдены двухпараметрические семейства брахистохрон в поле сил тяжести при действии сухого трения, либо при одновременном действии вязкого трения и разгоняющей силы. Получена формула оптимального управления и система уравнений движения с дополнительной переменной, не содержащая особенности при нулевой скорости. Доказаны свойства выпуклости и автомодельности оптимальных кривых.

Решение терминальной задачи управления при помощи монотонных на отрезке многочленов

А. Е. Голубев, Н. В. Уткина

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия
v-algolu@hotmail.com (А. Е. Голубев)

Аннотация: Рассматривается терминальная задача управления для аффинных динамических систем второго и третьего порядка, записанных в каноническом виде. Найдены достаточные условия монотонности многочлена, определяющего решение терминальной задачи управления, на отрезке изменения независимой переменной, соответствующем решению задачи. Найденные условия гарантируют монотонность переходных процессов системы с программным управлением, являющимся решением терминальной задачи.

Существование заданного движения двуногого робота при опоре о шероховатый цилиндр

Ю. Ф. Голубев¹, Е. В. Мелкумова²

ИПМ имени М. В. Келдыша РАН, Москва, Россия¹
МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия²
elena_v_m@mail.ru (Е. В. Мелкумова)

Аннотация: Исследуется задача о существовании заданного движения двуногого шагающего робота состоящего из корпуса и ног, опирающихся о шероховатый цилиндр в n точках опоры. Предполагается, что ноги робота совершают заданное движение относительно корпуса робота. Численно и аналитически получены области существования задачи о распределении реакций.

Управление вертикальным неустойчивым положением плазмы в токамаке методом прогнозирующей модели

М. П. Голубцов¹, Ю. В. Митришкин¹, М. М. Соколов²

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия¹

Институт физики токамаков, НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия²

vedmedk0@mail.ru (М. П. Голубцов)

Аннотация: Синтезируется и моделируется система управления неустойчивым вертикальным положением плазмы в токамаке Т-15 методом прогнозирующей модели в дискретном времени для стационарной и нестационарной модели объекта. Проводится сравнение с системой, содержащей ПИД-регулятор. Прогнозирующий регулятор показал лучшее качество переходных процессов.

Двухшаговая модель формирования коалиций

К. В. Григорьева

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

kseniya196247@mail.ru

Аннотация: Рассматривается коалиционная игра с полной информацией на древовидном графе. В качестве решения игры предлагается PMS вектор и его обобщения. Варьируя коалиционные разбиения при заданных ограничениях на структуру коалиций, ищется в некотором смысле оптимальное коалиционное разбиение.

Стратегии поведения налогоплательщиков в эволюционной модели распространения информации

Е. А. Губар, Е. М. Житкова, С. Ш. Кумачева

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
alyona.gubar@gmail.com (Е. А. Губар)

Аннотация: Рассматривается модель распространения информации о будущих проверках налоговых органов в популяции налогоплательщиков. Каждый агент популяции выбирает лучший для себя способ поведения, который зависит от поведения других участников. Предполагается, что все агенты выплачивают налоги в соответствии со своим доходом, если знают, что вероятность налоговой проверки велика. При этом часть популяции скрывает доход, тем самым провоцируя проверку. Динамика поведения игроков описывается с помощью аппарата эволюционной теории игр. Проведено численное моделирование.

Оптимизация стратегии защиты компьютерных сетей от вредоносного ПО

Е. А. Губар, В. А. Тайницкий, Е. М. Житкова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
alyona.gubar@gmail.com (Е. А. Губар)

Аннотация: Исследуется модель распространения двух типов вирусов в компьютерных сетях, описываемая системой нелинейных дифференциальных уравнений. Строится программа оптимального противодействия вирусам, которая минимизирует затраты системы на поддержание работоспособности сети. Вводятся два вида управления: импульсное и непрерывное. Исследуется устойчивость стационарных положений системы.

Об оценках множеств достижимости нелинейных управляемых систем с фазовыми ограничениями

М. И. Гусев

ИММ УрО РАН, Екатеринбург, Россия
gmi@imm.uran.ru

Аннотация: Доклад посвящен построению внешних аппроксимаций для множеств достижимости нелинейной управляемой системы с фазовыми ограничениями, которые заданы как множество решений системы нелинейных неравенств. Предлагается процедура снятия фазовых ограничений, основанная на введении вспомогательной управляемой системы без ограничений. Доказана сходимость множеств достижимости вспомогательной управляемой системы в хаусдорфовой метрике к множеству достижимости исходной системы.

Синтез полиэдральной стратегии упреждающего барьерного управления на основе мажорирующей функции Ляпунова

М. Н. Деменков, Н. Б. Филимонов

ИПУ РАН, Москва, Россия
nbfilimonov@mail.ru (Н. Б. Филимонов)

Аннотация: Предлагается метод синтеза алгоритма барьерного управления, обеспечивающего возвращение состояния управляемого объекта в полиэдральную рабочую область его нормального функционирования. Удаленность состояния объекта от границ рабочей области оценивается с помощью полиэдральной барьерной функции. Вводится функция Ляпунова, мажорирующая барьерную функцию и гарантирующая ее убывание. Синтез алгоритма барьерного управления основан на полиэдральном формализме и сводится к задаче линейного программирования.

О двух подходах к получению условий стационарности в задачах оптимального управления

А. В. Дмитриук, И. А. Самыловский

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
vtaimax@mail.ru (А. В. Дмитриук)

Аннотация: Рассматривается задача оптимального управления со скалярным фазовым ограничением. Изучается траектория, у которой выход на фазовую границу происходит на отрезке. Для такой траектории реализуется идея Гамкрелидзе получения условий оптимальности (состоящая в дифференцировании фазового ограничения на этом отрезке и сведении его к смешанному) и показывается, что таким образом можно получить условия стационарности в форме Дубовицкого–Милютина, включая знакоопределенность плотности меры (множителя при фазовом ограничении) и ее скачков. При этом варьирование исследуемой траектории происходит в два этапа, а не в один, как обычно. На первом рассматриваются только вариации, не затрагивающие отрезка выхода на фазовую границу, а на втором — вариации, сосредоточенные внутри этого отрезка и около его концов, что позволяет «уточнить» условия стационарности и установить знакоопределенность плотности меры и ее скачков. Показано, что знакоопределенность меры является существенным условием, т.е. она не вытекает из других условий стационарности. Приведен пример стационарной (но не доставляющей минимум) траектории, на которой мера имеет атомы.

Периодические движения ветроэнергетической установки колебательного типа

М. З. Досаев, Л. А. Клымина, Ю. Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ, Москва, Россия
dosayev@imec.msu.ru (М. З. Досаев)

Аннотация: Рассмотрены вопросы существования и устойчивости периодических решений динамической системы, моделирующей ветроэнергетическую установку колебательного типа. Конструкция ветроприемного элемента основана на четырехзвенном механизме антипараллелограмма. С помощью метода Пуанкаре–Понтрягина построены асимптотические бифуркационные диаграммы периодических движений. Получены оценки механической мощности ветроустановки в зависимости от параметров модели.

Современные подходы к исследованию устойчивости динамических систем с логическими регуляторами

О. В. Дружинина¹, О. Н. Масина²

ФИЦ ИУ ВЦ РАН & ИПУ РАН, Москва, Россия¹

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия²
ovdruzh@mail.ru (О. В. Дружинина)

Аннотация: Охарактеризованы известные и разработанные авторами подходы к исследованию устойчивости динамических систем с логическими регуляторами. Подходы базируются на развитии метода функций Ляпунова, дивергентного, спектрального-бифуркационного и других методов. С помощью указанных методов и подходов получены условия стабилизации некоторых классов управляемых систем.

Численное решение одной задачи гарантирующего управления для волнового уравнения в классах слабых обобщённых решений

А. А. Дряженков, М. М. Потапов

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

andrja@yandex.ru (А. А. Дряженков)

Аннотация: В классах слабых обобщённых решений рассматривается задача граничного управления колебаниями неоднородной струны по данным граничного наблюдения, целью которой является успокоение системы. Доказана разрешимость задачи при достаточно больших длинах отрезка времени в классе неупреждающих стратегий и предложен алгоритм её численного решения.

Критерий устойчивости уравнения с запаздыванием нейтрального типа

А. В. Егоров

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

alexey3.1416@gmail.com

Аннотация: В работе представлен критерий устойчивости линейного стационарного уравнения нейтрального типа с одним запаздыванием. Согласно полученному критерию, экспоненциальная устойчивость уравнения равносильна тому, что функциональная матрица Ляпунова (в скалярном случае это функция) положительна в нуле и достигает в этой точке своего наибольшего по абсолютной величине значения. Важно, что никаких ограничений на параметры уравнения при этом не накладывается. На основе полученного критерия исследуется устойчивость возмущённого уравнения.

Комбинированная система для нелинейного аффинного по управлению объекта с запаздыванием

Е. Л. Еремин¹, Е. А. Шеленок²

АмГУ, Благовещенск, Россия¹

ТОГУ, Хабаровск, Россия²

cidshell@mail.ru (Е. А. Шеленок)

Аннотация: Рассматривается задача построения системы комбинированного адаптивного управления нелинейным аффинным априорно неопределённым нелинейным динамическим объектом, содержащим известное временное запаздывание. В качестве метода решения задачи синтеза системы используется критерий гиперустойчивости.

Стабилизация квазилинейной управляемой системы с неполной обратной связью

В. А. Зайцев

УдГУ, Ижевск, Россия

verba@udm.ru

Аннотация: Получены достаточные условия равномерной экспоненциальной стабилизации с произвольным заданным показателем тривиального невозмущённого решения управляемой системы с неполной обратной связью, заданной квазилинейным дифференциальным уравнением n -го порядка.

Новый класс стабилизируемых неопределенных систем

И. Е. Зубер, А. Х. Гелиг

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
agelig@yandex.ru (А. Х. Гелиг)

Аннотация: Рассматривается непрерывная неопределенная система, у которой матрица объекта управления имеет знакоопределенные элементы, хаотически расположенные выше главной диагонали. Синтезируется управление, робастное по отношению к матрице объекта управления, при котором замкнутая система становится глобально экспоненциально устойчивой.

Исследование структуры предельных инвариантных множеств стационарных управляемых систем с нелинейностями гистерезисного типа

Г. Г. Иванов, Ф. М. Кулаков, Г. В. Алферов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
guennadi.ivanov@gmail.com (Г. Г. Иванов)

Аннотация: В настоящей работе построены управления, решающие задачу стабилизации системы с нелинейностями гистерезисного типа.

Оптимальные по быстродействию граничные управления для волнового уравнения

Д. А. Иванов, М. М. Потанов

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
deniaru91@gmail.com (Д. А. Иванов)

Аннотация: Для волнового уравнения рассмотрены задачи быстродействия с двусторонними граничными управлениями трех основных типов в классах сильных и слабых обобщенных решений. Для устойчивого приближенного вычисления времени быстродействия и оптимальных граничных управлений разработаны алгоритмы, вырабатывающие приближенные решения, обладающие свойствами устойчивости и сходимости при асимптотическом уточнении параметров конечномерной аппроксимации и уменьшении уровня погрешности в задании целевых функций.

Анализ динамики и стабилизация при неопределенных возмущениях манипулятора с двумя звеньями с нежестким соединением

М. А. Исанькин, А. И. Маликов

КНИТУ-КАИ & ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия
a_i_malikov@mail.ru (А. И. Маликов)

Аннотация: Манипулятор имеет привод только для первого звена. Решается задача синтеза управления в виде обратной связи по состоянию и по выходу, обеспечивающего стабилизацию заданного положения при действии неопределенных ограниченных возмущений и учете ограничений на управление.

Асимптотический метод решения задачи об управлении сингулярно возмущенной системой с минимальными энергетическими затратами

А. И. Калинин, Л. И. Лавринович

БГУ, Минск, Беларусь
kalininai@bsu.by (А. И. Калинин)

Аннотация: Рассматривается задача об управлении с минимальной энергией линейной сингулярно возмущенной системой. Конечное состояние системы и время перехода считаются заданными. Строятся асимптотические приближения к оптимальному программному управлению и оптимальной обратной связи в этой задаче. Основное достоинство предлагаемых алгоритмов состоит в том, что при их применении исходная задача оптимального управления распадается на две невозмущенные задачи меньшей размерности.

Метод параметрической декомпозиции. Базовые подсистемы и их пространства состояний

А. М. Камачкин¹, В. Н. Шамберов²

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия¹
СПбГМУ, Санкт-Петербург, Россия²
akamachkin@mail.ru (А. М. Камачкин)

Аннотация: Метод параметрической декомпозиции ориентирован на точные методы исследования возмущенных нелинейных систем. Метод позволяет исследовать поведение много-мерной нелинейной системы через исследование поведения базовых подсистем не выше 2-го порядка, допускающих строгий анализ. Исследование базовых подсистем предлагается осуществлять с помощью метода точечных отображений на двухсторонней фазовой плоскости и в составном фазовом пространстве.

Частотный критерий устойчивости систем с переключениями

В. А. Каменецкий

ИПУ РАН, Москва, Россия
vlakam@ipu.ru

Аннотация: Рассматриваются системы с переключениями линейных автономных правых частей. Среди таких систем выделяется более узкий подкласс систем, для которых предлагаются необходимые и достаточные частотные условия существования общей квадратичной функции Ляпунова (ОКФЛ), обеспечивающей устойчивость системы с переключениями. Выделяемый подкласс содержит в себе системы управления с несколькими нестационарными нелинейностями из конечных секторов, рассматриваемых в теории абсолютной устойчивости.

Задачи локализации для систем с дискретным временем и их семейств

А. Н. Канатников

МГТУ им. Н. Э. Баумана & ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Аннотация: Доклад посвящен обсуждению задач локализации для систем дискретного времени. Под задачей локализации понимается построение в фазовом пространстве системы локализирующих множеств, т.е. таких множеств, которые содержат все положительно (или отрицательно) инвариантные компакты динамической системы. Подобные множества можно рассматривать как оценку положения положительно инвариантных компактных множеств, в частности, циклов, аттракторов и т.п. Для построения локализирующих множеств можно использовать функциональный метод локализации, основанный на использовании функций, определенных на фазовом пространстве системы. Будут обсуждаться свойства локализирующих множеств, а также поведение орбит в локализирующем множестве и вне его. В частности, внимание будет обращено на связь функционального метода с методом функций Ляпунова.

Распределение ресурса между защитой системы и дублированием модулей

В. В. Карелин, В. М. Буре, Л. Н. Полякова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
vkkarelin@mail.ru (В. В. Карелин)

Аннотация: В последнее время появляются работы, в которых исследуются задачи, связанные с обнаружением «атаки» на различные системы, в частности Dos-атаки (или атаки типа «отказ в обслуживании») на вычислительную систему и последующего изменения протокола обработки входного потока заданий. В работе рассматривается задача динамического распределения ресурса между защитой некоторой системы, состоящей из нескольких однотипных модулей, и созданием новых модулей.

Решение задачи терминального управления периодическими процессами в химическом реакторе

Т. С. Касаткина

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия
kasatkina_t_s@mail.ru

Аннотация: Рассмотрена аффинная система со скалярным управлением, описывающая протекание процессов в резервуаре химического реактора с трехкомпонентной смесью. Для этой аффинной системы решена задача терминального управления при наличии ограничений на состояния и управление с использованием замены независимой переменной и преобразования к регулярному каноническому виду.

Об одной локальной краевой задаче для нелинейной управляемой системы

А. Н. Квитко

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
alkvit46@mail.ru

Аннотация: В работе получен алгоритм построения синтезирующего управления, гарантирующего перевод широкого класса нелинейных систем из начала координат в заданное конечное состояние. Найдено конструктивное достаточное условие, при котором указанный перевод возможен.

Применение метода Пуанкаре–Понтрягина для описания динамики ветромобиля

*Л. А. Климина¹, В. А. Самсонов¹,
S.-S. Hwang², К.-Н. Lin², С.-Н. Lin²*

НИИ механики МГУ, Москва, Россия¹
Университет Чжень-Синь науки и технологий, Таоюань, Тайвань²
klimina@imec.msu.ru (Л. А. Климина)

Аннотация: Построена математическая модель динамики ветромобиля, использующего для перемещения энергию ветроустановки колебательно-го типа и способного перемещаться в направлении, противоположном скорости потока среды. При помощи метода Пуанкаре–Понтрягина получены достаточные условия существования периодических решений динамической системы, соответствующих установившимся режимам движения ветромобиля. Проанализирована зависимость характеристик периодического движения от параметров модели.

Оптимальная стабилизация гибкого робота-манипулятора

А. Л. Клоенков

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
andr_esk@mail.ru

Аннотация: В данной работе рассматривается метод оптимального управления нелинейной системой дифференциальных уравнений, описывающей движение робота-манипулятора. В основу метода положена замена периодических нелинейных функций их линейными аппроксимациями на периодах. Для полученной системы с переменной правой частью численно строится оптимальное управление типа обратной связи при помощи метода Габасова, что позволяет управлять системой в режиме реального времени.

Модель устойчивой двухуровневой кооперации в игре сокращения выбросов вредных веществ

Н. В. Колабутин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
kolabutin_nik@mail.ru

Аннотация: Рассматривается модель устойчивой двухуровневой кооперации в дифференциальной игре сокращения выбросов вредных веществ. Участники — предприятия с вредными выбросами в окружающую среду. Предприятия формируют коалиции, чтобы минимизировать общие затраты на компенсацию за ущерб и распределить их между собой. Коалиции действуют как отдельные игроки и тоже кооперируются. Имеется устойчивое двухуровневое распределение выигрыша: между коалициями и внутри каждой коалиции.

Моделирование и управление движением механизма с вязкоупругими элементами

Г. В. Костин, В. В. Саурин

ИПМех РАН, Москва, Россия
kostin@ipmnet.ru (Г. В. Костин)

Аннотация: Предложена модель подъемного механизма, который рассматривается как вязкоупругая конструкция, состоящая из двух сопряженных балок, прикрепленных к подвижному основанию. Цель управления — перемещение конструкции за фиксированное время в терминальное состояние, в котором минимизируется механическая энергия. Численное решение задачи управления основано на методе интегро-дифференциальных соотношений.

Задача слежения для плоского двухзвенного робота-манипулятора при воздействии внешних возмущений широкого класса

С. А. Кочетков, Ю. М. Рассадин, А. Г. Шинкарюк

ИПУ РАН, Москва, Россия
kos@ipu.ru (С. А. Кочетков)

Аннотация: Решается задача слежения за углами ориентации звеньев плоского двухзвенного манипулятора при воздействии расширенного класса внешних возмущений. Задающие воздействия — известная функция времени. Динамика исполнительного устройства учитывается. Конструктивно ограничивается класс гладкости возмущений. Управление разрывное, с постоянной амплитудой.

Синтез инвариантных систем с учетом ограничений на управления

С. А. Кочетков, А. В. Уткин, Д. В. Краснов

ИПУ РАН, Москва, Россия
kos@ipu.ru (С. А. Кочетков)

Аннотация: В статье рассмотрена проблема обеспечения инвариантности выходных переменных при неопределенностях оператора объекта управления и воздействии внешних возмущений в предположениях об их ограниченности.

Об управлении и стабилизации мехатронных систем с геометрическими связями на примере стенда G1005 Ball and Beam

А. Я. Красинский¹, А. Н. Ильина¹, Э. М. Красинская²

МАИ, Москва, Россия¹
МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия²
krasinsk@mail.ru (А. Я. Красинский)

Аннотация: На примере стенда Ball and Beam демонстрируется новый подход к моделированию динамики мехатронных систем с геометрическими связями как систем с избыточными координатами. Доказывается возможность формирования управления по оценке фазового вектора, полученной по измерению только положения шара на желобе. Находятся коэффициенты управления и строятся графики переходных процессов во всех случаях выбора избыточной координаты и всех положениях равновесия.

Моделирование динамики систем с геометрическими связями, устойчивость и стабилизация их установившихся движений при неполной информации

А. Я. Красинский¹, Э. М. Красинская², А. Н. Ильина³

МАИ & Московский государственный университет пищевых производств,
Москва, Россия¹

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия²

МАИ, Москва, Россия³

krasinsk@mail.ru (А. Я. Красинский)

Аннотация: Дано развитие методов аналитической механики систем с избыточными координатами для строгого нелинейного моделирования динамики систем с геометрическими связями в переменных Лагранжа. Анализируются возможности применения простых моделей в возможно более общих задачах устойчивости. Разработан метод стабилизации до (условно) асимптотической устойчивости при неполной информации о состоянии. Решена задача стабилизации стационарного движения роботоманипулятора с геометрической связью.

Блочный синтез инвариантных электромеханических систем с учетом ограничений на переменные состояния

С. А. Краснова¹, А. С. Антипов²

ИПУ РАН, Москва, Россия¹

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия²

skrasnova@list.ru (С. А. Краснова)

Аннотация: Разработана процедура блочного синтеза системы управления положением схвата манипулятора в условиях неопределенности массы груза и неполных измерений. Использование в локальных связях и корректирующих воздействиях наблюдателя состояний S -образных гладких сигма-функций позволило обеспечить в процессе управления выполнение ограничений на переменные состояния электромеханической системы.

Метод локализации и его приложения

А. П. Крищенко

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

apkri@bmstu.ru

Аннотация: Условия асимптотической устойчивости и асимптотической устойчивости в целом сформулированы в терминах инвариантных компактов и положительно инвариантных множеств. Для проверки этих условий предлагается функциональный метод локализации инвариантных компактов.

Оптимальные граничные управления для систем, описываемых уравнением диффузии с производной дробного порядка по времени

В. А. Кубышкин, С. С. Постнов

ИПУ РАН, Москва, Россия

postnov.sergey@inbox.ru (С. С. Постнов)

Аннотация: Исследована задача оптимального граничного управления для линейной системы, описываемой уравнением диффузии с дробной производной по времени. Ставится задача оптимального быстрогодействия с заданным ограничением на норму управления. Управления ищутся на основе приближенного решения проблемы моментов. Исследованы свойства получаемых решений в зависимости от показателя дробного дифференцирования.

О положениях равновесия и стационарных движениях голономных систем на вибрирующем основании

Е. И. Кугушев, М. А. Левин, Т. В. Попова

МГУ имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия

evgenkei@progtech.ru (Е. И. Кугушев)

Аннотация: Для голономной системы в однородном поле силы тяжести на вертикально вибрирующем основании показано, что все положения равновесия, бывшие у системы без вибраций, сохраняются при стремлении частоты вибраций к бесконечности. Найдены условия устойчивости таких положений равновесия предельной системы. Аналогичные выводы верны для стационарных движений.

Определение робастно-оптимальных периодических миграций водных организмов на основе вариационного принципа отбора

О. А. Кузенков, Е. А. Рябова, М. С. Соколов

ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия
kuzenkov_o@mail.ru (О. А. Кузенков)

Аннотация: Устанавливается общий вариационный принцип отбора для самовоспроизводящихся систем, отражающий конкурентные преимущества стратегий поведения и их способность неограниченно долго поддерживать процесс воспроизводства (существования в системе). На основе доказанного вариационного принципа для широкого круга моделей, описывающих поведение водных организмов в сообществе, выводятся робастно-оптимальные режимы периодических миграций водных организмов, устойчивые к появлению нелокального «мутанта».

Об устойчивости решений в многошаговых кооперативных играх с векторными выигрышами

Д. В. Кузютин¹, М. В. Никитина², Н. В. Смирнова²

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия¹
НИУ «Высшая школа экономики», Санкт-Петербург, Россия²
d.kuzyutin@yandex.ru (Д. В. Кузютин)

Аннотация: Изучаются принципы устойчивой кооперации в многошаговых играх с векторными выигрышами. Построены специальные процедуры распределения дележей (при развитии игры вдоль оптимальной траектории), обеспечивающие динамическую устойчивость различных решений (вектор Шепли, а также коалиционное Парето-равновесие для игр с частичной кооперацией).

О движении тонкого стержня по неподвижной выпуклой поверхности

А. С. Кулешов

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
kuleshov@mech.math.msu.ru

Аннотация: Изучается движение абсолютно твердого тонкого стержня по неподвижной выпуклой поверхности без проскальзывания. Получены общие уравнения движения стержня по поверхности. Описаны все возможные положения равновесия стержня на опорной поверхности.

Условия ограниченности анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами

А. Ю. Кустов

ИПУ РАН, Москва, Россия
arkadiykustov@gmail.com

Аннотация: В теории анизотропийного управления обычно рассматриваются объекты, представимые в виде линейной системы, возмущенной стационарной последовательностью гауссовских случайных векторов. Для таких объектов решены многие задачи анализа соответствующих систем и синтеза анизотропийных регуляторов и фильтров. Свойство линейности системы, описывающей объект управления, является важным при получении всех результатов. Одним из видов возможной нелинейности в системе является присутствие мультипликативных шумов в модели объекта управления. Существующие подходы к решению задачи получения условий ограниченности анизотропийной нормы такой системы имеют определенные недостатки. В работу рассматривается новый подход к решению этой задачи.

Динамический вектор Шепли в игре с остовным деревом

Ли Инь

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
liyirus@outlook.com

Аннотация: Исследуется динамический Вектор Шепли в двухшаговой игре с минимальным остовным деревом. На каждом шаге игроки строят минимальное остовное дерево, и вычисляется Вектор Шепли. На втором шаге один из игроков выбывает из игры с вероятностью p , зависящей от предыдущих стратегий игроков. Используя процедуру распределения дележа проводится регуляризация исходной игры.

Критерий Попова для систем с несколькими комплекснозначными нелинейностями

М. М. Липкович

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
lipkovich.mikhail@gmail.com

Аннотация: В докладе рассматриваются необходимые и достаточные условия существования функции Ляпунова вида «квадратичная форма плюс интеграл от нелинейности» у систем, состоящих из нескольких комплекснозначных нелинейностей, лежащих в бесконечном секторе. Доказательство опирается на теорему о неущербности S -процедуры.

Адаптивная абсолютная устойчивость в задаче слежения

М. М. Липкович¹, А. Л. Фрадков^{1,2}
lipkovich.mikhail@gmail.com

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия¹
ИПМаш РАН & ИТМО, Санкт-Петербург, Россия²

Аннотация: В докладе рассматривается задача адаптивного слежения для систем Лурье с несколькими монотонными нелинейностями. Точный вид нелинейностей неизвестен, что приводит к задаче, аналогичной задаче абсолютной устойчивости: добиться выполнения цели управления для любых нелинейностей из заданного класса. Предложено решение на основе пассивации.

TQ-бифуркации в дискретных динамических системах. Основные положения.

А. В. Макаренко

ИПУ РАН, Москва, Россия
avm.science@mail.ru

Аннотация: В дискретных динамических системах, задаваемых дискретными отображениями, определён новый класс бифуркаций. Исследуемые TQ-бифуркации проявляются в виде качественного изменения формы траекторий отображений в расширенном пространстве состояний. Изложены основные свойства TQ-бифуркаций и приведена их классификация и методы диагностики. Показан подход к анализу некоторых свойств отображений.

Стохастический анализ динамики коррупционных гибридных сетей

О. А. Малафеев, Н. Д. Рединских

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
malafeyeva@mail.ru (О. А. Малафеев)

Аннотация: Широкий спектр реальных структур может быть исследован в рамках теории гибридных систем. В частности, коррумпированные системы могут быть представлены в виде сети, узловые элементы которой функционируют в непрерывном режиме, реализуя при этом логические схемы связи в дискретном. В результате антикоррупционного противодействия развитие такого рода систем может быть задержано. В работе дается статистический анализ динамики такого рода сетей при простых логических схемах связи.

Устойчивость, ограниченность и стабилизация на конечном интервале некоторых классов нелинейных систем с ограниченными по L_2 норме внешними возмущениями

А. И. Маликов

КНИТУ-КАИ & ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия
a_i_malikov@mail.ru

Аннотация: С применением матричных систем сравнения и дифференциальных линейных матричных неравенств решаются задачи оценивания состояния, анализа устойчивости и ограниченности относительной заданных множеств на конечном интервале, подавления возмущений и начальных отклонений с помощью линейной обратной связи с оценкой качества по H_∞ критерию.

Динамика вибрационного механизма с учетом свойств обрабатываемой среды

В. С. Метрикин, И. В. Никифорова

ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Н. Новгород, Россия
v.s.metrikin@mail.ru (В. С. Метрикин)

Аннотация: Исследуется математическая модель, представляющая собой существенно-нелинейную динамическую систему, описывающую динамику нового типа вибрационного механизма, работа которого зависит от свойств обрабатываемой среды. Изучена структура расширенного фазового пространства, в котором с помощью метода точечных отображений найдены области существования хаотических и устойчивых периодических движений. Бифуркационные диаграммы позволили проследить эволюцию рождения и развития этих типов движения в зависимости от параметров механизма.

Квази-оптимальный закон управление тройным интегратором при наличии фазовых ограничений

Ю. В. Морозов

ИПУ РАН, Москва, Россия
ToT1983@inbox.ru

Аннотация: Рассматривается задача управления тройным интегратором с двойными фазовыми ограничениями и ограничением на управление. Синтезируется разрывный квази-оптимальный по быстродействию закон управления, позволяющий попасть в начало координат за конечное время, причем это время является минимальным для некоторой окрестности начала координат. Построена область притяжения начала координат для замкнутой системы. Проведено численное моделирования для характерных начальных условий.

Алгоритмы скоростного биградиента для нелинейных каскадных систем с модифицированной эталонной моделью конечного каскада

Ю. И. Мышляев^{1,2}, А. В. Финошин², Тар Яр Мьо²

НПЦАП им. академика Н. А. Пилюгина, Москва, Россия¹,
Калужский филиал МГТУ им. Н. Э. Баумана, Калуга, Россия²
uimysh@mail.ru (Ю. И. Мышляев)

Аннотация: Рассматривается задача управления двухкаскадными нелинейными аффинными системами в условиях параметрической неопределенности. Целью управления является ограниченность траекторий замкнутой системы и достижение желаемой динамики конечного каскада. Желаемая траектория задаётся ВВО устойчивой эталонной моделью с ограниченным вектором задающих воздействий. Показывается что модификация эталонной модели обеспечивает снижение энергетических затрат на управление, возможность оценивания дополнительных параметров конечного каскада. Представлены гладкие, релейные (настраиваемый скользящий режим) алгоритмы класса скоростного биградиента, условия их работоспособности, анализ устойчивости и предельных свойств.

Аналоговый и цифровой регуляторы на базе H_2/H_∞ управления для одноосного гиросtabilизатора

В. М. Никифоров, А. А. Гусев, К. А. Андреев

НПЦАП им. академика Н. А. Пилогина, Москва, Россия
v.m.nikiforov@gmail.com (В. М. Никифоров)

Аннотация: Рассматривается задача синтеза аналогового и цифрового динамических регуляторов для управления позиционной стабилизацией одноосного гиросtabilизатора в условиях неопределенных внешних возмущающих факторов на базе H_2/H_∞ управления. Приводятся результаты работы регуляторов в виде компенсаций внешних возмущений. Оцениваются возможности практической реализации регуляторов.

Влияние формы лопасти на устойчивость режима авторотации

Ю. М. Окунев, О. Г. Привалова, В. А. Самсонов

НИИ механики МГУ, Москва, Россия
privalova@imec.msu.ru (О. Г. Привалова)

Аннотация: Рассматривается задача о движении тяжелого осесимметричного оперенного тела в сопротивляющейся среде. Конструкция тела такова, что существует режим авторотации вокруг оси симметрии. Исследуется влияние изменения значений установочного угла лопастей и смещения центра масс тела на характер спуска тел с разной формой лопасти, как в «малом» так и в «большом». Проводится сравнение интервалов значений установочного угла лопастей, на котором режим авторотации устойчив, с учетом смещения центра масс, для тел, у которых аэродинамика лопастей различна. Для этого используется условия устойчивости стационарного решения механических систем, которые описываются комплексным дифференциальным уравнением третьего порядка.

Модель и алгоритмы оценивания робастности плана функционирования информационной системы

М. Ю. Охтимлев¹, Б. В. Соколов^{1,2}, С. А. Потрясаев¹

СПИИРАН, Санкт-Петербург, Россия¹

ИТМО, Санкт-Петербург, Россия²

sokol@iiias.spb.su (Б. В. Соколов)

Аннотация: Доклад посвящен вопросам разработки и исследования модели и алгоритмов оценивания показателей робастности планов функционирования информационной системы (ИС). Новизна и оригинальность предлагаемого подхода базируется на динамической интерпретации процессов планирования, которая позволяет при составлении расписаний работы ИС использовать методы теории оптимального управления.

Робастный анализ и синтез многосвязных многоконтурных систем управления положением, током и формой плазмы в токамаках

Е. А. Павлова, Ю. В. Митришкин

МГУ им. М. В. Ломоносова & ИПУ РАН, Москва, Россия

janerigoler@mail.ru (Е. А. Павлова)

Аннотация: Разработаны робастные H_∞ -системы с совместным и раздельным управлением током и формой плазмы токамака. Автоматически настроены системы с развязкой каналов и ПИД-регуляторами для управления формой плазмы по H_∞ критерию. Исследованы робастность и функциональная управляемость систем посредством RGA (Relative Gain Array) и μ -анализа.

Фрикционные колебания двойного осциллятора с фазой опережения

М. Паскаль¹, С. Я. Степанов²

Университет Эври, Эври, Франция¹

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия²

stepsj@ya.ru (С. Я. Степанов)

Аннотация: Рассматривается система двух тел, связанных линейными пружинами: первое — с неподвижной точкой, второе — с первым. Одно из тел или оба контактируют с движущейся поверхностью с сухим трением. Контактное взаимодействие задается законом Кулона с трением покоя, превосходящим трение скольжения. В предшествующих работах авторов было отмечено существование в такой системе предельных циклов, невозможных для осциллятора с одним телом и включающих фазу опережения, когда скорость одного из тел превосходит скорость контактной поверхности. В настоящем докладе исследуются области существования таких необычных движений в пространстве параметров системы.

Анализ абсолютной устойчивости линейной нестационарной системы специального вида

А. В. Пестерев

ИПУ РАН, Москва, Россия

a.pesterev@javad.com

Аннотация: Для линейной нестационарной системы специального вида, возникающей при исследовании устойчивости нормальной формы аффинной системы с ограниченным скалярным управлением, доказана инвариантность сектора абсолютной устойчивости относительно коэффициентов линейной формы.

Групповое преследование с фазовыми ограничениями через интернет

Н. Н. Петров

Удмуртский университет, Ижевск, Россия

kma3@list.ru

Аннотация: Рассматривается задача конфликтного взаимодействия группы преследователей и одного убегающего при фазовых ограничениях на состояния убегающего. Предполагается, что убегающий дискриминирован, а преследователи получают информацию об управлении убегающего и воздействуют на систему управления через интернет. Получены достаточные условия разрешимости задачи преследования.

Управление информационным горизонтом в кооперативных дифференциальных играх

О. Л. Петросян, Е. В. Громова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
petrosian.ovanes@yandex.ru (О. Л. Петросян)

Аннотация: В работе изучаются кооперативные дифференциальные игры с фиксированной продолжительностью T , в которых игроки не имеют полной информации о структуре игры (функции выигрыша, уравнениях динамики) на всем временном интервале T . Для данного класса игр используется подход, основанный на методах теории оптимального управления с прогнозирующими моделями.

Управление синхронизацией в сетях ФитцХью-Нагумо

С. А. Плотников

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
waterwalf@gmail.com

Аннотация: В статье изучается синхронизация в сетях систем ФитцХью-Нагумо, которые являются простейшей моделью нейронов головного мозга. Устанавливаются достаточные условия синхронизации сети. На основе этих условий строится регулятор, обеспечивающий синхронизацию управляемой сети в случае отсутствия синхронизации в исходной сети. Результаты моделирования для различных топологий сети подтверждают полученные результаты.

Управление солнечным парусом космического корабля

Е. Н. Поляхова, В. С. Королев

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
pol@astro.spbu.ru (Е. Н. Поляхова)

Аннотация: Специфика управления солнечным парусом состоит во взаимосвязи поступательного и вращательного движения космического аппарата. Чтобы управлять, необходимо менять размер или ориентацию паруса. Самой выгодной представляется конструкция паруса, которая сама обеспечивала бы контроль за установкой нужной ориентации и дальнейшее ее сохранение. Устойчивость обеспечивают моменты сил относительно центра масс, которые меняют величину при малых отклонениях.

Применение адаптивного метода для оптимальной стабилизации нелинейного объекта

А. С. Попков

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

alexandr.popkoff@gmail.com

Аннотация: Адаптивный метод оптимального управления Р. Габасова применяется для решения задачи оптимальной стабилизации нелинейной управляемой системы. Разработан универсальный программный комплекс. В качестве примера рассмотрена задача управления ориентацией искусственного спутника Земли, движение которого описывается динамическими уравнениями Эйлера. Оптимальность понимается в смысле минимизации расхода топлива.

О динамике трубок с жидкостью

В. Г. Путкарадзе

Университет Альберты, Эдмонтон, Канада

putkarad@ualberta.ca

Аннотация: Гибкие трубки с текущей в них жидкостью, как правило, проявляют неустойчивость, если поток жидкости достаточно интенсивен. Эта неустойчивость существенна для различных инженерных задач и возникает во многих приложениях. Как легко убедиться на практике, сгибание трубки приводит к изменению внутреннего поперечного сечения, которое в свою очередь влияет на динамику течения. В данном докладе излагается последовательная теория решения задачи для произвольных движений трубки с изменяемым поперечным сечением. Теория основана на применении геометрически точной динамики эластичных стержней, записанной совместно с движением идеальной жидкости с учетом сохранения объема жидкости в каждой точке трубки. Выводятся уравнения движения, а также показано существенное влияние изменения поперечного сечения на неустойчивость. Выводятся аналитические решения уравнений движения солитонного типа, не существующие при постоянном поперечном сечении.

Пороговая амплитуда управления в задаче быстрогодействия для нелинейной системы второго порядка

С. А. Решмин

ИПМех РАН, Москва, Россия
reshmin@ipmnet.ru

Аннотация: Рассматривается задача быстрогодействия для системы второго порядка, обобщающей нелинейный маятник. Система приводится в заданное состояние покоя при помощи ограниченного по модулю управления. Все неуправляющие силы потенциальны. Если допустимая амплитуда управления велика и превосходит некоторое пороговое значение, то оптимальное управление имеет наиболее простую структуру: не более одного переключения при любых начальных условиях. Предложена быстрая и надежная численная процедура для нахождения указанной пороговой амплитуды.

Стратифицированная модель единого информационно-управляющего поля для формализации особенностей переключения режимов управления смешанными группами пилотируемых и беспилотных летательных аппаратов

А. В. Рожнов¹, И. А. Лобанов²

ИПУ РАН, Москва, Россия¹
МТУ «МИРЭА», Москва, Россия²
rozhnov@ipu.ru (А. В. Рожнов)

Аннотация: Представлено внешнее дополнение концептуальной математической модели информационно-управляющего поля как среды функционирования смешанных групп летательных аппаратов (ЛА), в котором отражаются особенности переключения режимов управления в условиях неполной ситуационной осведомленности. Предложено новое техническое решение (инструментально-моделирующий комплекс исследования процессов управления и диспозиции сложного динамического объекта в группе), предназначенное для переключения режимов управления группой разнотипных пилотируемых и беспилотных ЛА.

Задача подчиненного слежения относительно выхода в линейных возмущенных системах

Х. Е. Руис-Дуарте¹, А. Г. Лукьянов¹, В. А. Уткин²

Национальный политехнический институт, Мехико, Мексика¹

ИПУ РАН, Москва, Россия²

louk@gdl.cinvestav.mx (А. Г. Лукьянов)

Аннотация: Представлен новый подход к решению задачи слежения относительно выхода в линейных системах подверженных действию внешних и модельных возмущений. В основе предложенного решения задачи положена разработка наблюдателя в установившемся режиме. Для разработки робастного регулятора слежения используется техника синтеза обратных связей на скользящих режимах высокого порядка.

Об устойчивости периодических траекторий частицы в окрестности Земли

Т. В. Сальникова¹, С. Я. Степанов², А. И. Шувалова¹

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия¹

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия²

Аннотация: Изучается вопрос устойчивости периодических решений в окрестности треугольных точек либрации системы Земля–Луна–Частица при учете светового давления и гравитационного возмущения Солнца. Строятся бифуркационные диаграммы зависимости начальных условий движения от параметра, характеризующего световое давление.

О различных типах положений равновесия спутника, подверженного действию гравитационного и аэродинамического моментов, на круговой орбите

В. А. Сарычев¹, С. А. Гутник²

ИПМ им. М. В. Келдыша РАН¹, МФТИ², Москва, Россия

vas31@rambler.ru (В. А. Сарычев)

Аннотация: Рассматриваются различные типы положений равновесия спутника на круговой орбите под действием гравитационного и аэродинамического моментов. Основное внимание уделено исследованию положений равновесия спутника и условий их устойчивости для частных случаев, когда одна из главных осей инерции спутника совпадает с нормалью к плоскости орбиты, радиусом-вектором или касательной к орбите.

Проекционный подход к оптимизации пространственных движений упругой балки

В. В. Саурин, Г. В. Костин

ИПМех РАН, Москва, Россия
saurin@ipmnet.ru (В. В. Саурин)

Аннотация: Исследуются пространственные движения упругой балки с прямоугольным сечением. Дана обобщенная формулировка задачи в рамках линейной теории упругости, основанная на интегральном представлении уравнений состояния. Разработан подход к численному решению задачи об оптимальном перемещении балки за заданное время в конечное состояние с минимизацией квадратичной функции цены.

О применении функций Ляпунова–Разумихина к задаче устойчивости по части переменных для систем с запаздыванием

Н. О. Седова

УлГУ, Ульяновск, Россия
sedovano@ulsu.ru

Аннотация: Обсуждаются особенности применения функций Ляпунова к исследованию устойчивости по части переменных нелинейных неавтономных систем с запаздыванием, в частности, возможности модификации условий Разумихина.

О колебаниях пластины около положения «поперек потока среды»

Ю. Д. Селюцкий

НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
seliutski@imec.msu.ru

Аннотация: Рассматривается пластина, упруго закрепленная в потоке среды таким образом, что она может совершать колебания вокруг оси, проходящей через ее середину и параллельной длинной стороне пластины. В положении равновесия пластина расположена «поперек потока». Как известно, в этом случае она представляет собой плохо обтекаемое тело. Для моделирования нестационарного взаимодействия пластины со средой используется модель жидкого осциллятора. Исследуется устойчивость положения равновесия и автоколебания, возникающие в системе, в зависимости от параметров модели.

Предельно периодические решения интегродифференциальных уравнений типа Вольтерра в критическом случае одного нулевого корня

В. С. Сергеев

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия
vssergeev@yandex.ru

Аннотация: Рассматриваются уравнения с нелинейными членами, представимыми степенными рядами по переменной и функционалам в интегральной форме. Уравнение зависит от малого экспоненциально предельно периодического возмущения, т. е. функции, экспоненциально стремящейся к периодической с возрастанием независимой переменной. В критическом по Ляпунову случае одного нулевого корня доказывается существование семейства экспоненциально предельно периодических решений уравнения в форме степенных рядов по малому параметру и произвольным начальным значениям некритических переменных.

Аттракторно-репеллерная методика управления мобильными роботами

А. А. Скляров, С. А. Скляров, Г. Е. Веселов

ИТА ИКТИБ ЮФУ, Таганрог, Россия
s.andrey.88@mail.ru (А. А. Скляров)

Аннотация: В статье освещается проблема синтеза законов управления движением мобильных роботов в среде с заранее не определенными препятствиями. Для решения данной задачи коллективом авторов предлагается новая методика адаптивного управления мобильными роботами. Основными аспектами предлагаемой методики является обеспечение устойчивого движения робота сквозь отталкивающие многообразия к целевому аттрактору, что в итоге позволяет естественным образом сформировать безопасную траекторию обхода.

Вопросы синтеза обратных связей с учетом неопределенностей в задании внешних воздействий

М. Н. Смирнов, М. А. Смирнова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
smirnov-mn@mail.ru (М. Н. Смирнов)

Аннотация: При синтезе систем управления большое значение имеют динамические свойства замкнутой системы, которые определяются выбором параметров базового закона управления по состоянию. Данная статья посвящена развитию методов формирования управления, основанных на оптимизационном подходе, для задачи о наилучшей компенсации влияния внешних возмущений.

Синтез управлений в билинейной системе на основе вспомогательной линейной модели

Н. В. Смирнов, Т. Е. Смирнова, А. Н. Смирнов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
n.v.smirnov@spbu.ru (Н. В. Смирнов)

Аннотация: Известно, что программное управление для линейной системы, переводящее ее в начало системы координат за конечное время, может быть представлено в эквивалентной форме позиционного управления. При этом замкнутая система имеет структуру, близкую к билинейной управляемой системе. На основе этого свойства предложен метод синтеза управлений в билинейных однородных системах.

Устойчивость и колебания сингулярно-возмущенных систем фазовой синхронизации с распределенными параметрами

В. Б. Смирнова^{1,2}, *А. В. Проскурников*^{2,3,4}, *Э. Е. Пак*¹, *Н. В. Утина*¹

СПбГАСУ, Санкт-Петербург, Россия¹

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия²

ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия³

ENTEG Institute at the University of Groningen, Гронинген, Нидерланды⁴
root@al2189.spb.edu (В. Б. Смирнова)

Аннотация: Рассматриваются системы управления, описываемые интегро-дифференциальными уравнениями Вольтерра с периодическими нелинейными функциями и малым параметром при старшей производной. Устанавливаются равномерные по малому параметру частотно-алгебраические условия, позволяющие гарантировать глобальную асимптотическую устойчивость системы, а также строить оценки частоты периодических режимов.

Вопросы обеспечения астатизма для задач маневрирования подвижных объектов

М. А. Смирнова, М. Н. Смирнов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

smirnova-ma@bk.ru (М. А. Смирнова)

Аннотация: Важным требованием, предъявляемым к системе управления, является наличие свойства астатизма. В статье предлагается общая идея трансформации заданного стабилизирующего управления для его использования с целью реализации желаемого движения объекта, а также для достижения астатизма по отработке этого движения при наличии ступенчатых возмущений.

Адаптивное субоптимальное слежение для дискретной минимально-фазовой системы при ограниченной липшицевой неопределенности

В. Ф. Соколов

Коми научный центр УрО РАН, Сыктывкар, Россия
vicsokol@gmail.com

Аннотация: Рассматривается задача асимптотически субоптимального отслеживания ограниченного задающего сигнала выходом дискретного минимально-фазового объекта с неизвестной передаточной функцией, ограниченным внешним возмущением и ограниченной стационарной нелинейной неопределенностью, удовлетворяющей обобщенному условию Липшица. Минимизация ошибки слежения с заданной точностью достигается за счет онлайн оценивания передаточной функции и непараметрической неопределенности. Решение задачи основано на использовании двух параллельных алгоритмов оценивания, один из которых обеспечивает устойчивость замкнутой системы, а другой — асимптотическую субоптимальность слежения.

Об управляемости одной цепью поставок

И. В. Соловьева¹, Б. В. Соколов², Д. А. Иванов³

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия¹

СПИИРАН, Санкт-Петербург, Россия²

Берлинская школа экономики и права, Берлин, Германия³

isolovyeva@mail.ru (И. В. Соловьева)

Аннотация: В докладе рассматривается управляемая динамическая система, описывающая работу цепи поставок (ЦП). Обсуждаются современные подходы к решению задачи управления такой ЦП при наличии поступающей информации о состоянии системы в определенные моменты времени и в условиях ограниченных внешних воздействий на нее. Приводятся результаты числовых примеров.

Анализ применимости интегральных полиномов Вольтерра в системах управления электроэнергетическими объектами

С. В. Солодуша¹, К. В. Суслов², Д. О. Герасимов²

ИСЭМ СО РАН, Иркутск, Россия¹
ФГБОУ ВО ИРНИТУ, Иркутск, Россия²
solodusha@isem.irk.ru (С. В. Солодуша)

Аннотация: Предложен способ построения системы автоматического управления нелинейными динамическими объектами на базе полиномов Вольтерра. Исследуются динамические характеристики управляемого по положению электромеханического объекта. В качестве эталона рассмотрена модель ветроэнергетической установки с горизонтальной осью вращения, представленная в виде нелинейной алгебро-дифференциальной системы первого порядка.

Синтез векторных сплайновых законов наведения спутника землеобзора при сканирующей съемке и поворотных маневрах

Е. И. Сомов, С.А. Бутырин, Т. Е. Сомова

СамГТУ, Самара, Россия
e_somov@mail.ru (Е. И. Сомов)

Аннотация: Рассматриваются методы аналитического представления законов углового наведения спутника землеобзора при сканирующей оптико-электронной съемке и пространственных поворотных маневрах с гладким сопряжением краевых условий общего вида на основе векторной функции модифицированных параметров Родрига.

Синтез системы стабилизации движения изображения с физическим гистерезисом пьезокерамического привода

Е. И. Сомов¹, Х. Сигудиджан², С. А. Бутырин¹, С. Е. Сомов¹

СамГТУ, Самара, Россия¹

Школа Электричества, Супелек, Жиф-сюр-Иветт, Франция²

e_somov@mail.ru (Е. И. Сомов)

Аннотация: Рассматривается система стабилизации скорости движения изображения, встроенная в космический телескоп, который применяется для сканирующей оптико-электронной съемки наземных объектов. Разработаны модель системы с учетом физического гистерезиса пьезокерамического привода и временного запаздывания при формировании цифрового управления. Представлены созданные алгоритмы дискретной фильтрации, цифрового управления и полученные результаты анализа колебаний скорости движения изображения в фокальной плоскости телескопа.

Структура инвариантных множеств и конвергенция динамических квазипериодических систем

С. А. Стрекопытов, М. В. Стрекопытова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

m.strekopytova@spbu.ru (М. В. Стрекопытова)

Аннотация: Рассматриваются системы дифференциальных уравнений с квазипериодической по независимому аргументу правой частью. Изучаются общие свойства решений этих систем и структура их инвариантных множеств. Получены необходимые и достаточные условия существования периодических и квазипериодических решений, асимптотически устойчивых в целом.

К задаче о брахистохроне с сухим трением

А. С. Сумбатов

ВЦ ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

sumbatow@ccas.ru

Аннотация: Рассматривается задача о брахистохроне с сухим (кулоновым) трением в классической постановке с частично освобожденным концом. С помощью подстановки Лагранжа задача переформулирована как вариационная с одним изопериметрическим условием. Получены конечные уравнения экстремали в обозримом виде.

Гиросtabilизация большой космической конструкции в процессе ее роботизированной сборки на орбите

В. М. Суханов, В. М. Глушов

ИПУ РАН, Москва, Россия
suhv@ipu.ru (В. М. Суханов)

Аннотация: Рассмотрена задача синтеза алгоритма гиросиловой стабилизации большой космической конструкции (БКК), поэлементно собираемой на орбите с помощью свободнолетающего космического робота. Введена модель удара при установке элемента на любом этапе сборки БКК и определены требования к желаемой динамике дискретно изменяющейся механической системы. Выявлены условия, затрудняющие реализацию требуемой динамики БКК в процессе ее сборки, и предложен скорректированный алгоритм гиросtabilизации, устраняющий указанный недостаток

Синтез нечетких систем на основе условий сверхустойчивости

Ю. В. Талагаев

Саратовский НИГУ им. Н. Г. Чернышевского, Балашовский институт,
Балашов, Россия
shangyi@yandex.ru

Аннотация: Для нечетких систем Такаги-Суджено показано, что использование условий сверхустойчивости позволяет развить подход, сводящий проблему синтеза нечеткого регулятора к проверке совместности системы линейных неравенств с элементами матриц линейных подсистем. Продуктивность подхода демонстрируется решением задач робастного управления и гашения ограниченных возмущений.

Стабилизация вращательного движения спутника на эллиптической орбите

Л. С. Тахтенкова

УлГУ, Ульяновск, Россия
lubov.s.alex@yandex.ru

Аннотация: В докладе излагаются результаты решения задачи о дополнении гравитационных моментов управляющими моментами, при которых обеспечивается стабилизация оси симметрии симметричного спутника перпендикулярно плоскости эллиптической орбиты, по которой движется его центр масс. Исследуется изменение условий стабилизируемости при наличии случайных возмущений.

О возможностях параметрического синтеза систем управления с заданными свойствами методами распознавания образов

Л. Г. Теклина

ННГУ им. Н. И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия
teklina2010@yandex.ru

Аннотация: Рассматриваются возможности применения методов распознавания в задачах параметрического синтеза систем управления с заданными свойствами, которые не являются экстремальными. Предлагаемая методика решения таких задач основана на постановке задачи синтеза в качестве проблемы распознавания образов.

Задачи и перспективы электродинамических систем стабилизации космических аппаратов

А. А. Тихонов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
a.tikhonov@spbu.ru

Аннотация: Доклад посвящен анализу процесса формирования и современному состоянию концепции электродинамических систем стабилизации (ЭДСС) космических аппаратов, обзору задач, решаемых с использованием ЭДСС, рассмотрению математических основ функционирования ЭДСС, демонстрации результатов численного моделирования, оценке возможностей и перспектив применения ЭДСС для решения актуальных задач космодинамики.

Исследование локальной наблюдаемости массообменных технологических объектов

А. Ю. Торгашов

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия
torgashov@iacp.dvo.ru

Аннотация: Рассматривается анализ локальной наблюдаемости массообменных технологических объектов (МТО) на примере колонны многокомпонентной ректификации. Исследована наблюдаемость в окрестностях нескольких стационарных состояний МТО. Показано отсутствие полной наблюдаемости, в том числе в случае воздействия внешних измеряемых возмущений. Отмечается наличие частичной наблюдаемости, однако интересующие переменные состояния (или их комбинации) также оказываются не наблюдаемы. Обсуждаются проблемы построения наблюдателей МТО, сводящих ошибку оценивания к нулю. Показано, что использование статических оценщиков позволяет решать задачи управления ненаблюдаемых МТО с приемлемым для практических приложений диапазоном ошибки оценивания компонент вектора состояния.

Об устойчивости треугольных точек либрации фотогравитационной ограниченной задачи трех тел с двумя излучающими массами

А. Т. Турешбаев

Кызылординский гос. ун-т им. Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан
aturesh@mail.ru

Аннотация: Рассматривается фотогравитационная ограниченная круговая задача трех тел, в которой оба основных гравитирующих тела являются излучающими. Проводится исследование устойчивости треугольных точек либрации в строгой нелинейной постановке как в плоском, так и в пространственном вариантах задачи.

Биения и перекачка энергии в симпатических маятниках

В. Н. Тхай¹, А. П. Евдокименко²

ИПУ РАН, Москва, Россия¹, СУНЦ МГУ, Москва, Россия²
tkhai@ipu.ru (В. Н. Тхай)

Аннотация: Изучаются колебания в симпатических маятниках. Находится множество начальных условий, дающих режим биений и перекачки энергии между маятниками. Дается построение соответствующих движений. Используется теория обратимых механических систем.

Квазилинейные задачи импульсного управления при наличии помехи

В. И. Ухоботов, И. В. Изместьев

Челябинский ГУ, Челябинск, Россия
ukh@csu.ru (В. И. Ухоботов)

Аннотация: В задаче импульсного управления имеется воздействие со стороны неконтролируемой помехи с заданным множеством значений. Динамика системы характеризуется тем, что часть фазовых переменных не подвержена воздействию со стороны импульсного управления. Найдена нижняя оценка необходимого запаса ресурсов и построено гарантирующее импульсное управление.

Робастная стабилизация двухмассовой системы с учетом ограничений на фазовую переменную и управление

А. А. Федюков

ННГАСУ, Н. Новгород, Россия
TeleginSasha2@ Rambler.ru

Аннотация: Рассматривается задача робастной стабилизации по состоянию двухмассовой системы в случае, когда есть ограничение на отклонение одной из масс и ограничение на управление. Подход к решению основан на применении метода функций Ляпунова и аппарата линейных матричных неравенств. Сформулированы достаточные условия для существования регуляторов.

Решение терминальных задач для многомерных аффинных систем на основе орбитальной линеаризации

Д. А. Фетисов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия
dfetisov@yandex.ru

Аннотация: Для многомерных аффинных стационарных систем, не линеаризуемых обратной связью в классическом смысле, предлагается основанный на орбитальной линеаризации метод решения терминальных задач с нефиксированным временем управления.

Оценивание множеств достижимости управляемой системы с неопределенностью по начальным данным и нелинейностью специального вида

Т. Ф. Филиппова

ИММ УрО РАН, УрФУ, Екатеринбург, Россия
ftf@imm.uran.ru

Аннотация: Рассматривается задача оценивания трубок траекторий нелинейной управляемой динамической системы с неопределенностью по начальным данным. Предполагается, что динамическая система имеет специальную структуру, в которой нелинейные члены определяются квадратичными формами по фазовым координатам, а значения неопределенных начальных состояний и допустимых управлений стеснены эллипсоидальными ограничениями. Кроме того, предполагается, что коэффициенты матрицы линейных слагаемых в фазовых скоростях динамической системы также точно не известны, но принадлежат известному компактному в соответствующем пространстве, то есть в системе присутствуют также билинейные члены. В работе приводятся алгоритмы оценивания множеств достижимости нелинейной управляемой системы с указанной комбинированной нелинейностью билинейного и квадратичного типа, результаты иллюстрируются примерами.

Предельные дифференциальные включения для неавтономных разрывных систем

И. А. Финогенко

ИДСТУ СО РАН, Иркутск, Россия
fin@icc.ru

Аннотация: Метод предельных дифференциальных включений в сочетании с прямым методом Ляпунова применяется для исследования неавтономных разрывных систем с решениями в смысле Филиппова. Полученные результаты являются аналогами принципа инвариантности Ла-Салля. Рассматриваются как дифференциальные уравнения с измеримыми правыми частями, так и уравнения с кусочно непрерывными правыми частями, в том числе при наличии запаздывания.

Задача программного управления объектом, описываемым системой с негладкой правой частью

А. В. Фоминых

СПБГУ, Санкт-Петербург, Россия
alexfomster@mail.ru

Аннотация: В докладе рассматривается задача программного управления объектом, движение которого описывается системой дифференциальных уравнений с негладкой правой частью. Задача сводится к безусловной минимизации негладкого функционала. Для него найдены условия минимума в терминах субдифференциала. К задаче применяется метод субдифференциального спуска. Приведены численные примеры.

Управление энергией и энтропией

А. Л. Фрадков

ИПМаш РАН, Санкт-Петербург, Россия
fradkov@mail.ru

Аннотация: В докладе дается обзор работ по управлению сложными, в том числе колебательными системами методом скоростного градиента с выбором целевых функций на основе энергии и энтропии.

Робастная квадратичная стабилизация билинейной системы управления

М. В. Хлебников

ИПУ РАН, Москва, Россия
khlebnik@ipu.ru

Аннотация: Рассматривается задача робастной стабилизации билинейной системы управления. На основе техники линейных матричных неравенств и квадратичных функций Ляпунова конструируется т.н. эллипсоид робастной стабилизируемости, обладающий следующим свойством: траектории замкнутой системы, начинаясь внутри эллипсоида, асимптотически стремятся к нулю при всех допустимых неопределенностях. Полученные результаты позволяют получать аппроксимации области робастной стабилизируемости для билинейных систем управления с неопределенностями.

Оптимальное подавление возмущений в квазилинейной стохастической системе, функционирующей на неограниченном интервале времени, при управлении по выходу

М. М. Хрусталеv, Е. Е. Онегин

ИПУ РАН & МАИ, Москва, Россия
mmkhrustalev@mail.ru (М. М. Хрусталеv)

Аннотация: Рассмотрена задача оптимального подавления возмущений в квазилинейной стохастической системе, функционирующей на неограниченном интервале времени. Получено необходимое условие оптимальности линейного стационарного регулятора неполной обратной связи. Предложен численный метод градиентного типа поиска оптимального регулятора.

Пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор в задаче стабилизации квазилинейной стохастической системы

М. М. Хрусталеv, А. С. Халина

ИПУ РАН & МАИ, Москва, Россия
an.khalina@gmail.com (А. С. Халина)

Аннотация: Исследуется вопрос стабилизируемости и оптимальности квазилинейной стохастической системы, функционирующей на неограниченном интервале времени, в предположении, что стратегия управления зависит от части компонент вектора состояния. Даны необходимые условия оптимальности ПИД-регулятора. Приведен пример оптимальной стабилизации движения беспилотного летательного аппарата в неспокойной атмосфере.

Применение вероятностных методов для исследования полисистем с переключениями в дискретные моменты времени

С. М. Хрящев

СПбПУ Петра Великого & СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
khrya@hotmail.ru

Аннотация: Изучаются свойства полисистем, функционирующих в непрерывном времени, для которых переключения (изменение управляющих воздействий) происходят в дискретные моменты времени. В предположении, что полисистема управляема в непрерывном времени, исследуется ее управляемость в дискретном времени. Если погрешность управления в дискретном времени обеспечивается сколь угодно малой, время управления становится сколь угодно большим. В связи с этим возникает задача определения зависимости времени управления от погрешности управления. В работе показано, что эта зависимость может быть охарактеризована в терминах инвариантной меры некоторой полисистемы, ассоциированной с исходной полисистемой. Для определенного класса полисистем доказано существование таких инвариантных мер, а также выделены классы полисистем с определенным типом зависимости времени управления от погрешности управления.

Оптимизация нелинейных по управлению динамических стохастических систем

К. А. Царьков, Д. С. Румянцев

ИПУ РАН, Москва, Россия
k6472@mail.ru (К. А. Царьков)

Аннотация: Рассматривается задача оптимального управления квазилинейными динамическими стохастическими системами, коэффициенты которых нелинейно зависят от программного управления. Предлагается численный алгоритм оптимизации, основанный на методе градиентного спуска в функциональном пространстве. Приводится его теоретическое обоснование.

Оценка анизотропийной нормы системы с дробно-линейной неопределенностью

М. М. Чайковский

НПЦАП им. Н. А. Пилюгина & ИПУ РАН, Москва, Россия
mmtchaikovsky@hotmail.com

Аннотация: Рассматривается устойчивая дискретная линейная система с дробно-линейной неопределенностью, ограниченной в спектральной или фробениусовой норме. Для этой системы получена оценка анизотропийной нормы. Показано, что условие ограниченности анизотропийной нормы выполняется, если разрешима система неравенств определенного вида, включающая два линейных матричных неравенства и неравенство относительно детерминанта положительно определенной матрицы. Минимизация квадрата порогового значения при ограничениях в виде системы матричных неравенств дает оценку сверху анизотропийной нормы рассматриваемой системы.

Анизотропийное субоптимальное управление дискретной линейной нестационарной системой на конечном временном интервале

М. М. Чайковский^{1,2}, В. Н. Тимин², А. П. Курдюков²

НПЦАП им. Н. А. Пилюгина, Москва, Россия¹

ИПУ РАН, Москва, Россия²

mmtchaikovsky@hotmail.com (М.М. Чайковский)

Аннотация: Поставлена и решена задача синтеза анизотропийного управления, гарантирующего заданный уровень подавления неопределенных стохастических возмущений, действующих на дискретную линейную нестационарную систему на конечном временном интервале. В качестве меры статистической неопределенности возмущения рассматривается анизотропия случайного вектора. Возможности замкнутой системы по подавлению внешних возмущений характеризуются ее анизотропийной нормой. Решение задачи синтеза сформулировано в виде достаточных условий существования регулятора, гарантирующего ограниченность анизотропийной нормы замкнутой системы заданным пороговым значением. Алгоритм синтеза регулятора основан на рекуррентном решении системы матричных неравенств.

Операторы значения в задаче управления при наличии помехи

С. В. Чистяков, С. В. Никитин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
svch50@mail.ru (С. В. Чистяков)

Аннотация: Задача управления с помехой рассматривается как дифференциальная игра с интегро-терминальным выигрышем. В соответствующем классе дифференциальных игр устанавливаются свойства операторов, которые могут быть положены в основу построения негладкой версии метода динамического программирования, известной под названием метода программных итераций.

Первые интегралы динамических систем с переменной диссипацией в динамике твердого тела

М. В. Шамолин

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
shamolin@rambler.ru

Аннотация: Изучаются вопросы наличия трансцендентных первых интегралов для классов механических систем с симметриями. При этом получены достаточные условия наличия в неавтономных однородных системах второго порядка первых интегралов, являющихся трансцендентными функциями, как в смысле теории элементарных функций, так и в смысле комплексного анализа, и выражающихся через конечную комбинацию элементарных функций.

О задаче перехвата небесного тела в околоземном космическом пространстве с использованием коллинеарной точки либрации

Д. В. Шиманчук, А. С. Шмыров

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
shymanchuk@mail.ru (Д. В. Шиманчук)

Аннотация: Неустойчивость коллинеарной точки либрации системы Солнце–Земля можно рассматривать как положительный фактор, позволяющий минимизировать энергетические затраты в задачах маневрирования небесного тела в околоземном космическом пространстве. Графически представлены орбиты ожидания и множества траекторий перехвата.

Консервативные методы исследования управляемого движения

А. С. Шмыров, В. А. Шмыров

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия
v.shmyrov@spbu.ru (В. А. Шмыров)

Аннотация: Имеются примеры, когда уравнения управляемого движения сохраняют гамильтонову форму. В этом случае естественно исследовать такие уравнения с помощью консервативных методов, такими, например, как симплектическое интегрирование. В работе предлагается применение консервативных методов для управляемого орбитального движения в окрестности точки либрации L_1 .

К задаче о раскачке маятника

Л. П. Югай

Ташкентский филиал РЭУ им. Г. В. Плеханова, Ташкент, Узбекистан
yugailp@mail.ru

Аннотация: Рассматривается конфликтно управляемый процесс, описываемый системой нелинейных дифференциальных уравнений. Решена задача уклонения траекторий от заданного дискретного терминального множества специальной структуры в классе кусочно-программных стратегий. Полученные результаты применены к решению семейства задач уклонения, имеющих осцилляционный характер, и содержащих в себе известную задачу о раскачке маятника.

Управление мехатронными узлами в автоматизированных системах гибкого индивидуального цифрового производства

А. В. Юдин^{1,2}, А. И. Власов², М. А. Колесников²

МИСиС, Москва, Россия¹, МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия²
4886316@gmail.com (М. А. Колесников)

Аннотация: В работе приводится описание роботизированного устройства для промышленного применения, состоящего из мехатронных узлов, объединенных единой сетью управления. Описана структура и математическая модель узла. Отдельно рассмотрен вопрос о кинематической погрешности позиционирования вследствие взаимовлияния параметров узлов. Для оценки корректности математической модели и управления проводится сравнение экспериментальных данных с результатами моделирования системы в программной среде Squeak.

Синтез нелинейных систем управления с широтно-импульсным модулятором методом разделения движений

В. Д. Юркевич

Новосибирский ГТУ, Новосибирск, Россия
yurkev@ac.cs.nstu.ru

Аннотация: Обсуждается проблема синтеза систем стабилизации и слежения для нелинейных динамических объектов с широтно-импульсным модулятором (ШИМ) в канале управления. Привлекается метод доопределения А. Ф. Филиппова для получения эквивалентной непрерывной модели усредненного поведения динамической системы в условиях высокой частоты коммутации ШИМ. Усредненная модель используется для расчета параметров непрерывного регулятора, который формирует управляющий сигнал ШИМ. В основе методики расчета параметров регулятора лежит преднамеренное формирование разнотемповых процессов в замкнутой системе, где после затухания быстрых процессов в системе доминируют медленные процессы, удовлетворяющие эталонному уравнению желаемого поведения системы в условиях неполной информации о параметрах объекта управления. Получены расчетные соотношения для выбора параметров регулятора и ШИМ в соответствии с требованиями к показателям качества переходных процессов в системе управления. Приводится пример с результатами численного моделирования.

Случайные колебания и устойчивость маятника в автопараметрической системе с ударами

Д. В. Юрченко¹, А. С. Братусь², Р. Бобриск³, А. Наесс⁴

Университет Гериот-Уатт, Эдинбург, Великобритания¹

МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия²

Университет Яна Кохановского, Кильце, Польша³

Норвежский университет науки и технологии, Тронхейм, Норвегия⁴
d.yurchenko@hw.ac.uk (Д. В. Юрченко)

Аннотация: Изучается устойчивость движения маятника, расположенного на колебательной системе с одной степенью свободы, которая совершает случайные колебания и подвержена ударному воздействию. Неподвижный барьер расположен на некотором расстоянии от положения равновесия системы. Случайные колебания системы с одной степенью свободы возбуждают параметрические колебания маятника, что является причиной потери его устойчивости. В работе исследуется влияние параметров возбуждения и ударного взаимодействия на границы области устойчивости маятника.

Вычисление границы анизотропийной нормы системы с мультипликативными шумами

А. В. Юрченков, А. Ю. Кустов

ИПУ РАН, Москва, Россия
alexander.yurchenkov@gmail.com (А. В. Юрченков)

Аннотация: Рассматривается модель дискретной системы с мультипликативными шумами. Для указанной модели выводится условие, при котором анизотропийная норма системы будет ограничена анизотропийной нормой вспомогательной линейной дискретной стационарной системы с параметрической неопределенностью. Получены условия ограниченности анизотропийной нормы для системы с мультипликативными шумами в виде существования решения линейных матричных неравенств и одного уравнения.

Использование принципа максимума Понтрягина и обобщенного принципа Гаусса в задачах гашения колебаний

*М. П. Юшков¹, С. А. Зегжда¹, Н. В. Наумова¹,
Ш. Х. Солтаханов², Е. А. Шатров¹*

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия¹,
Чеченский государственный университет, Грозный, Россия²
soltakhanov@yandex.ru (Ш. Х. Солтаханов)

Аннотация: В докладе обсуждается возможность применения принципа максимума Понтрягина и обобщенного принципа Гаусса в задачах гашения колебаний при переводе механических систем из одного фазового состояния в другое.

Трение — источник робастности и орган управления

Г. Н. Яковенко

МФТИ, Долгопрудный, Россия
yakovenkog@gmail.com

Аннотация: Движение с трением характеризуется коэффициентом трения. Как правило, информация о коэффициенте не является полной, поэтому движение с трением есть робастный процесс. Помимо интервальной робастности рассмотрен случай, когда коэффициент изменяется во времени (нестационарная робастность). На примере керлинга изучена ситуация, когда коэффициент трения играет роль управляющего параметра.
